ЗАДАЧИ М+

В тази рубрика, която се води от доц. д-р Веселин Ненков, се публикуват задачи за ученици от горните класове, за студенти и учители. Основният признак за подбор е оригиналност. Това не означава задължителна новост, защото твърдението, че една задача е нова, остава в сила до доказване на противното. Оригиналността включва естетичност и остроумие, а решаването на задачи с подобни качества изисква инициативност, откривателски подход, интелектуално усилие. Рубриката разчита на активното Ви участие както с решения, така и с предложения на задачи. Изпращайте ги на адрес:

1618 София,
ул. "Гусла" № 1
ВУЗФ
Радмила Златкова

В писмата си посочвайте училището (университета) и класа (курса), ако сте ученик (студент). Желателно е предлаганите задачи да са напечатани в два екземпляра с кратки, но пълни решения. Ще отбелязваме имената на тези, които са направили предложенията. Ако задачата е заета, посочете източника. В писмото си поставете празен плик с точния Ви адрес. Без да извършва класиране, М+ ще обсъжда изпратените решения, а най-хубавите от тях ще намерят място на страниците на рубриката и ще бъдат награждавани.

М+541. Намерете всички трицифрени числа $\overline{\alpha\beta\gamma}$, за цифрите на които са изпълнени равенствата $\alpha = x + y = uv$, $\beta = z + t = xy$ и $\gamma = u + v = zt$.

(Милен Найденов, гр. Варна)

М+542. Да се намерят естествените числа x, y и z, за които е изпълнено равенството

а) $x^2 + y^3 + z^5 = 2016$; б) $x^3 + y^4 + z^5 = 2016$;

в) $x^3 + y^5 + z^8 = 2016$.

(Христо Лесов, гр. Казанлък)

М+543. Нека a_1, a_2, …, a_n $(n \geq 2)$ са реални положителни числа със сума s, за които е изпълнено неравенството $\dfrac{1}{s-a_1+1} + \dfrac{1}{s-a_2+1} + \cdots + \dfrac{1}{s-a_n+1} \geq 1$. Да се докаже неравенството $(n-1)s \geq 2 \sum\limits_{1 \leq i < j \leq n} a_i a_j$.

(Лучиан Туцеску, Кристиан Моанца, Крайова, Румъния)

М+544. Да се докаже, че лицето на произволен четириъгълник не надминава произведението на двете му средни отсечки.

(Петър Данчев, гр. Пловдив)

М+545. Вписаната окръжност k на ΔABC се допира до страните AB, BC и CA съответно в точките M, N и P. Нека O е произволна точка в ΔMNP и вторите пресечни точки на правите OM, ON и OP с k са съответно M_1, N_1 и P_1. Да се докаже, че правите AN_1, BM_1 и CP_1 се пресичат в една точка.

(Хаим Хаимов, гр. Варна)

М+546. Ако R и r са радиусите съответно на описаната и вписаната окръжности за ΔABC, да се докаже, че ΔABC е неостроъгълен тогава и само тогава, когато $R \geq (\sqrt{2}+1)r$.

(Сава Гроздев, гр. София, Веселин Ненков, с. Бели Осъм)

Краен срок за изпращане на решения: 15.06.2016 г.