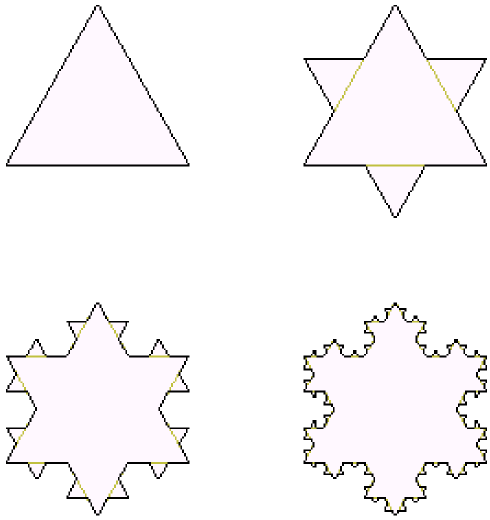
Драги читатели,

В математиката са известни редица задачи, които се формулират изключително лесно и разбираемо, но чиито решения са или неизвестни досега, или решаването им е било придружено с преодоляването на значителни трудности. Сред нерешените задачи е т. нар. хипотеза на Голдбах (Кристиан Голдбах (1690–1764) е немски математик), която гласи, че всяко четно число, по-голямо от 2, може да се представи като сбор на две прости числа. Хипотезата е формулирана в писмо на Голдбах от 7 юни 1742 г. до Великия швейцарски математик Леонард Ойлер (1707–1783). Най-известната задача, която се формулира лесно, но се решава трудно, е Великата теорема на Ферма. Тя гласи, че уравнението $x^n + y^n = z^n$ не притежава цели решения x, y и z за естествени числа $n > 2$. Теоремата е формулирана през 1637 г. от френския юрист и математик Пиер дьо Ферма (1601–1665) и е доказана едва през 1994 г. от английския математик Андрю Уайлс (1953–). Първоначалният вариант на доказателството съдържа грешка, която е отстранена от автора след двегодишни усилия. Доказателството е прието от математическата общност окончателно през 1996 г. и съдържа 150 страници. То е твърде сложно и проверката му е по силите на съвсем малко математици по света.

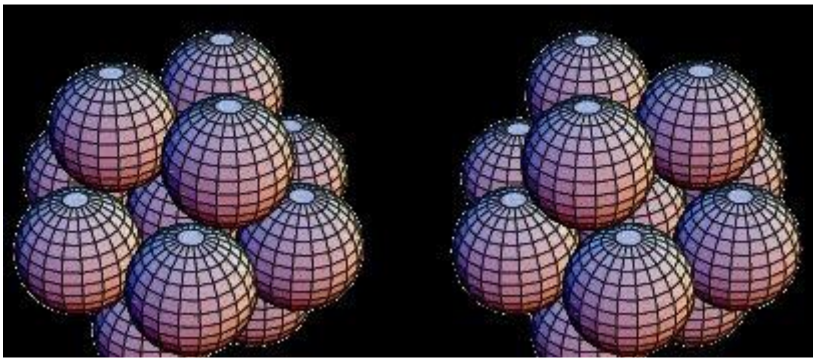
Друга трудна задача е: Да се реши в естествени числа a, b и c уравнението $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 4$. Тук трудностите са технически, а не теоретични, както е при Великата теорема на Ферма. Оказва се, че уравнението има безброй много решения, но най-малките (забележете!) са:

$$a = 154476802108746166441951315019919837485664325669565431700026634898253202035277999$$
$$b = 36875131794129999827197811565225474825492979968971970996283137471637224634055579$$
$$c = 4373612677928697257861252602371390152816537558161613618621437993378423467772036$$

Трудни задачи се срещат не само в теорията на числата, към която област от математиката принадлежат разгледаните две. Ще се спрем на още две, които този път са от геометрията. Ето първата: *Всяка проста, затворена и непрекъсната крива в равнината разделя равнината на две непресичащи се части – вътрешност и външност*. Това твърдение е известно в математиката като теорема на Жордан (Камий Жордан (1838–1922) е френски математик), появило се за първи път през 1882 г. Доказателството съдържало грешки, което самият Жордан независимо от положените усилия не успял да поправи. Пълното доказателство принадлежи на американския математик Осуалд Веблен (1880–1960) и е публикувано през 1905 г. През 1922 г. американският математик Джеймс Александър (1888–1971) доказва твърдението за пространства с произволен брой измерения. Теоремата на Жордан е с геометричен характер и се отнася към топологията. Интуитивно тя изразява следния очевиден факт: ако с помощта на молив очертаем крива върху лист хартия без да повдигаме молива и без да пресичаме вече начертани части от кривата, като се върнем в мястото, откъдето сме тръгнали, получаваме две части на листа – вътрешна и външна. Вътрешната част е ограничена, а външната е неограничена, ако си мислим, че листът е безкраен. Неповдигането на молива означава, че кривата е непрекъсната, а непресичането на вече начертани части – че кривата е проста. В началото на 20. век теоремата е била подложена на дискусия предвид появата на фракталите, дефинирани като геометрични обекти през 1904 г. от шведския математик Хелге фон Кох (1870–1924). По-долу е показан фрактал, известен като снежинката на Кох. Той се получава чрез безкрайно прибавяне на триъгълници към периметъра на даден триъгълник. След всяка итерация периметърът се увеличава и расте до безкрайност, въпреки че затворената от фрактала област остава с крайно лице, т.е. тя е крайна.



А ето и една задача, която се свързва с името на немския математик и астроном Йохан Кеплер (1571–1630). През 1611 г. Кеплер изказва хипотеза, че гъстотата d на запълването на пространството с еднакви сфери е около 74% и по-точно $d = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \approx 0,74048 \to 74\%$. Детайлите около тази хипотеза са много интересни, но няма да се спираме на тях. Ще споменем само факта, че нейно формално математическо доказателство е публикувано едва през миналата 2017 г. През 1690 г. по повод полемика относно хипотезата на Кеплер между английския математик и физик Исак Нютон (1643–1727) и шотландския математик и астроном Джеймс Грегори (1638–1675) се ражда следната задача:



Колко най-много сфери с даден радиус могат да се поставят така, че да се допират до сфера със същия радиус? Лесна формулировка, но трудно доказателство. Възможността за поставяне на 12 сфери е била известна отдавна, но проблемът е дали може да се разположи и тринадесета сфера. Едва през 1953 г. било доказано, че това е невъзможно. Доказателството принадлежи на немския математик Курт Шут (1909–1998) и холандския алгебрист Бартел ван дер Варден (1903–1996).

Д-р М. Плюс