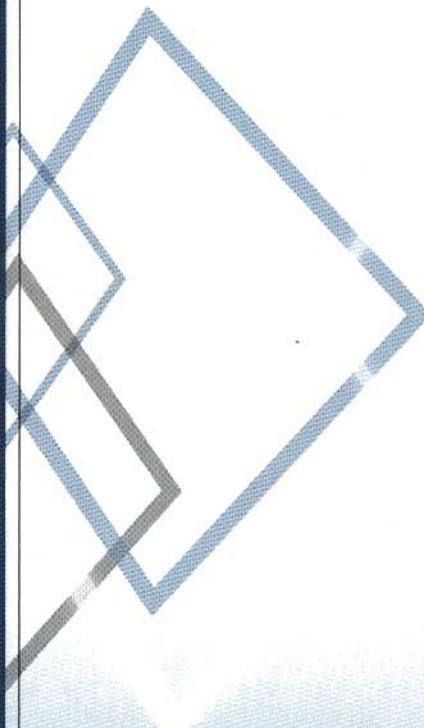


**АЗ·БУКИ**

Национално  
издателство  
за образование  
и наука



# МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Научно списание

■ ГОДИНА LVII ■ КНИЖКА 6, 2014

# MATHEMATICS AND INFORMATICS

BULGARIAN JOURNAL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND PRACTICE  
VOLUME 57 ■ NUMBER 6, 2014

**6** 2014

ГОДИНА LVII

София - Sofia  
2014

## Профил на списанието

Списание „Математика и информатика“ излиза от 1958 г. и е продължител на списания „Математика и физика“ (до 1976 г.), „Обучението по математика“ (до 1988 г.) и „Обучението по математика и информатика“ (до 1994 г.). Носител е на орден „Св. св. Кирил и Методий“.

Стремежът на редколегиата е да съчетае в хармонично единство знанието, ученето и технологиите с надеждата да илюстрира идеята, че едно от най-важните приложения в науката е образованието. Освен материали, отразяващи добрите традиции в преподаването на математика и информатика у нас, в списанието се третират проблеми, свързани с иновативни образователни стратегии. На страниците му намират място разработки в рамките на престижни европейски проекти, чиито автори са международни експерти, български учени, учители и дори ученици, правещи първите си стъпки в науката. Дискутират се идеи и добри практики за интегриране на математиката, информатиката и информационните технологии с цел да се насърчи изследователският подход в учебния процес.

Основни рубрики са: „Ние и светът“; „Математическото образование по света“; „Международни проекти“; „Математика & Информатика“; „Учебни програми. Учебници“; „Въпроси на преподаването“; „Извънкласна работа“; „Научнопопулярен отдел“; „Проучвания. Резултати“; „Дискусии“; „Олимпиади. Състезания“; „Конкурсните изпити по математика и информатика“; „Ако работите с малките ученици“; „Из историята на математиката“; „Наши учени. Наши учители“; „За студентите“.

## JOURNAL SCOPE

The Mathematics and Informatics journal has been published since 1958. It is a continuation of Mathematics and Physics (till 1976). The Teaching of Mathematics (till 1988), The Teaching of Mathematics and Informatics (till 1994). It was awarded the national order of “Cyril and Methodius”.

The core mission of the editorial staff is to integrate harmonically knowledge, learning and technologies in the belief that education is one of the most important science applications. Together with publications reflecting good traditions in teaching mathematics and informatics the journal considers innovative educational strategies. It communicates contributions to prestigious European projects related to education, whose authors are international experts, Bulgarian researchers, teachers, and even students making their first steps in research. Ideas and good practices in integrating mathematics, informatics and ICT for promoting the inquiry-based learning are being published and discussed.

Basic headings: We and the world; Mathematical Education Worldwide; International Projects; Mathematics & Informatics; Curricula. Textbooks; Teaching Matter; Out-of-class Work; Scientific-popular Reading; Research. Results; Discussions; Olympiads. Competitions; Entrance Exams in Mathematics and Informatics; If You Work with Young Students; On the History of Mathematics; Bulgarian Scientists. Bulgarian Teachers; For University Students.

---

Министерство  
на образованието  
и науката

**АЗ·БУКИ**      Национално  
издателство  
за образование и наука

---

# МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

---

Научно списание

# MATHEMATICS AND INFORMATICS

---

Bulgarian Journal of Educational Research and Practice

Година LVII ■ Книжка 6 ■ 2014

Volume 57 ■ Number 6 ■ 2014

---

София – Sofia  
2014

НАУЧНО СПИСАНИЕ  
**МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА**  
<http://mathinfo.azbuki.bg/>

ГЛАВЕН РЕДАКТОР:  
**Проф. д.п.н. Сава Гроздев**  
Институт по математика  
и информатика – БАН  
ул. „Акад. Г. Бончев“ №8  
София 1113  
E-mail: sava.grozdev@gmail.com

BULGARIAN JOURNAL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND PRACTICE  
**MATHEMATICS AND INFORMATICS**  
<http://mathinfo.azbuki.bg/>

EDITOR-IN-CHIEF:  
**Prof. Sava Grozdev, DSc**  
Professor, Doctor in Mathematics, DSc in Pedagogy  
Institute of Mathematics and Informatics – BAS  
Acad. G. Bonchev Street, bl. 8  
1113 Sofia, Bulgaria  
E-mail: sava.grozdev@gmail.com

ИЗДАТЕЛ:  
**Национално издателство  
за образование и наука „Аз Буки“**

Директор:  
**Надя Кантарева-Барух**  
*Научен ръководител направление  
„Обществени и хуманитарни науки“:*  
**проф. Добри Добрев**  
*Научен ръководител направление  
„Природни науки и математика“:*  
**проф. Борислав Тошев**  
*Дизайн на корицата:*  
**Ива Батаклиева**  
*Графичен дизайн:*  
**Петко Богданов**  
*Стилист-коректор:*  
**Анелия Врачева**  
*Разпространение:*  
**Евгений Станчев**

АДРЕС НА ИЗДАТЕЛСТВОТО:  
бул. „Цариградско шосе“ 125, бл. 5  
1113 София  
тел. 02/ 425 0470;  
02/ 425 0471; 02/ 425 0472  
[www.azbuki.bg](http://www.azbuki.bg)  
E-mail: [mathinfo@azbuki.bg](mailto:mathinfo@azbuki.bg)

ПЕЧАТ:  
„Алианс принт“ ЕООД  
Формат 70/100/16.  
Печатни коли 6.

PUBLISHER:  
**Az Buki**  
**National Publishing House**

Director:  
**Nadya Kantareva-Baruh**  
*Scientific Head of Section  
“Social Sciences and Humanities”:*  
**Prof. Dobrin Dobrev, DSc**  
*Scientific Head of Section  
“Natural Sciences and Mathematics”:*  
**Prof. Borislav Toshev, DSc**  
*Cover Design:*  
**Iva Bataklieva**  
*Layout Design and Prepress:*  
**Petko Bogdanov**  
*Stylist-Corrector:*  
**Aneliya Vracheva**  
*Distribution:*  
**Evgeniy Stanchev**

PUBLISHING HOUSE ADDRESS:  
125, Tzarigradsko Chaussee Blvd., bl. 5  
1113 Sofia, Bulgaria  
tel. + 359 2/ 425 0470;  
+ 359 2/ 425 0471; + 359 2/ 425 0472  
[www.azbuki.bg](http://www.azbuki.bg)  
E-mail: [mathinfo@azbuki.bg](mailto:mathinfo@azbuki.bg)

PRINTING HOUSE:  
Aliance Print Ltd  
Size: 70/100/16.  
Printed Quires: 6

**Списание то излиза 6 пъти годишно:** книжка 1 (януари-февруари); книжка 2 (март-април);  
книжка 3 (май-юни); книжка 4 (юли-август); книжка 5 (септември-октомври); книжка 6 (ноември-декември).  
**Printout: six issues per year.** Issue 1 (january-february); Issue 2 (march-april); Issue 3 (may-june);  
Issue 4 (july-august); Issue 5 (september-october); Issue 6 (november-december)

С изпращането на текст или илюстрация до редакцията на НИОН „Аз Буки“ авторът се съгласява да преотстъпи  
правата за анонсиране, публикуване и разпространение в изданията на издателството. Авторските права на  
публикуваните текстове и илюстрации са собственост на НИОН „Аз Буки“.  
Материали, които не са одобрени за публикуване, не се рецензират и не се връщат на авторите.

By sending text or illustration to Az Buki Publishing House, the author agrees to submit the copyrights for announcing,  
publishing and distributing in all Az Buki editions. The copyright of all published texts and illustrations is property of Az Buki  
Publishing House. Not accepted for publication texts are not reviewed or sent back to the authors.

**ISSN 1310-2230 (Print)**  
**ISSN 1314-8532 (Online)**

© Министерство на образованието и науката

Собственик и издател на научно списание „Математика и информатика“ е НИОН „Аз Буки“ –  
второстепенен разпоредител на бюджетни кредити на МОН

## **Главен редактор / Editor-in-Chief**

---

Проф. д.п.н. Сава Гроздев – *Институт по математика и информатика – БАН*

## **Редактори / Editors**

---

Николай Кънчев, Гергана Великова

## **Научен съвет / Scientific Council**

---

Проф. д-р Асен Рахнев – *Пловдивски университет „П. Хилендарски“*

Проф. д-р Атанасиос Гагатцис – *Кипърски университет, Никозия, Кипър*

Проф. д-р Грегор Долинар – *Люблянски университет, Любляна, Словения*

Проф. д.п.н. Иван Мирчев – *Югозападен университет „Н. Рилски“*

Доц. д-р Игор Воронович – *Белоруски държавен университет, Минск, Беларус*

Проф. д-р Михалис Ламбру – *Критски университет, Крит, Гърция*

Д-р Кайрош Макишев – *РСФМШИ, Алмати, Казахстан*

Доц. д-р Кристинел Мортичи – *Университет в Търговище, Румъния*

Доц. д-р Людмила Хаймина – *Институт по математика и компютърни науки при  
Северноарктически федерален университет „М. В. Ломоносов“, Архангелск, Русия*

Наири Седракан – *МГ, Ереван, Армения*

Чл.-кор. на РАО, проф. д.м.н. Николай Розов – *Московски държавен университет  
„М. В. Ломоносов“, Москва, Русия*

Проф. д-р Русанка Петрова – *Шуменски университет „Еп. К. Преславски“*

Проф. д.п.н. Татяна Сергеева – *Академия за социално управление, Москва, Русия*

## **Редакционна колегия / Editorial Board**

---

Гл. ас. д-р Бойко Банчев – *Институт по математика и информатика – БАН*

Доц. д-р Борислав Лазаров – *Институт по математика и информатика – БАН*

Доц. д-р Веселин Ненков – *Колеж Ловеч – Технически университет, Габрово*

Доц. д-р Галя Кожухарова – *Департамент за квалификация на учители, Стара Загора*

Доц. д-р Даниела Дурева (Тупарова) – *Югозападен университет „Н. Рилски“*

Проф. д.м.н. Евгения Стоименова – *Институт по математика и информатика – БАН*

Доц. д-р Иван Держански – *Институт по математика и информатика – БАН*  
Проф. д-р Коста Гъров – *Пловдивски университет „П. Хилендарски“*  
Доц. д-р Росен Николаев – *Икономически университет, Варна*  
Евгени Иванов – директор на *Математическа гимназия „Атанас Радев“*, Ямбол

### **Редакционен съвет / Advisory Board**

---

Доц. д-р Ангел Ангелов – *Софийски университет „Св. Кл. Охридски“*  
Гл. ас. д-р Валентина Гоговска – *Скопски университет, Скопие, Македония*  
Гергана Николова – *Математическа гимназия, Бургас*  
Доц. д-р Емилия Великова – *Русенски университет „А. Кънчев“*  
Д-р Ивайло Старибратов – *Образцова математическа гимназия, Пловдив*  
Д-р Иванка Марашева-Делинова – *21. СОУ, София*  
Ирина Шаркова – *Софийска математическа гимназия „П. Хилендарски“*, София  
Катя Чалъкова – *Математическа гимназия „Ив. Вазов“*, Димитровград  
Митко Кунчев – *Математическа гимназия „Баба Тонка“*, Русе  
Павлин Петков – *Математическа гимназия „Д-р П. Берон“*, Варна  
Гл. ас. Паскал Пиперков – *Великотърновски университет „Св. св. Кирил и Методий“*  
Доц. д-р Петя Асенова – *Нов български университет*  
Силвия Кънчева – *Министерство на образованието и науката*  
Снежинка Матакиева – *Министерство на образованието и науката*

## CONTENTS / СЪДЪРЖАНИЕ

### *EDUCATIONAL TECHNOLOGIES / ОБРАЗОВАТЕЛНИ ТЕХНОЛОГИИ*

- 559 Компютърно генерирана математика: бележка за триъгълника на Хаимов [Computer-Generated Mathematics: a Note on the Haimov Triangle] / *Сава Гроздев, Деко Деков / Sava Grozdev, Deko Dekov*
- 568 Учене чрез открития - нов ефективен подход в ученето чрез експерименти [Learning Through Discoveries – a New Effective Approach Within Learning Through Experimentation] / *Сава Гроздев, Деко Деков / Sava Grozdev, Deko Dekov*
- 586 Математически модели на реални процеси и приложения на системите за компютърна алгебра за тяхното изследване, втора част [Mathematical Models of Real Processes and Applications of Computer Algebra Systems to Their Study: Part Two] *Тихомир Иванов / Tihomir Ivanov*

### *EDUCATIONAL RESEARCH / НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИ СТАТИИ*

- 597 A Refinement of an Inequality with Radicals / *Šefket Arslangić*
- 604 An Inequality for Right Triangle and Its Generalization / *Šefket Arslangić*
- 613 Конкурентност, породена от тангенти [A Concurrence, Generated by Tangents] / *Сава Гроздев, Веселин Ненков / Sava Grozdev, Veselin Nenkov*
- 617 Педална крива на точка спрямо Фойербахова конфигурация [A Pedal Curve of a Point with Respect to a Feuerbach Configuration] / *Сава Гроздев, Веселин Ненков / Sava Grozdev, Veselin Nenkov*

626 Европейски изследователски групи с индустрията – традиции и перспективи [European Study Group with Industry – Traditions and Challenges] / *Стефка Димова / Stefka Dimova*

*CONTEST PROBLEMS /  
КОНКУРСНИ ЗАДАЧИ*

633 Конкурсни задачи на броя [Contest Problems of the Issue]

634 Решения на задачите от брой 1, 2014 [Solutions of the Contest Problems from Issue 1, 2014]

636 ANNUAL CONTENTS / ГОДИШНО СЪДЪРЖАНИЕ

641 READ IN THE LATEST ISSUES OF „AZ BUKI“ JOURNALS /  
В НОВИТЕ БРОЕВЕ НА СПИСАНИЯТА НА ИЗДАТЕЛСТВО  
„АЗ БУКИ“ ЧЕТЕТЕ

643 GUIDE FOR AUTHORS / УКАЗАНИЕ ЗА АВТОРИТЕ



**КОНКУРЕНТНОСТ, ПОРОДЕНА ОТ ТАНГЕНТИ****<sup>1</sup>Сава Гроздев, <sup>2</sup>Веселин Ненков**<sup>1</sup>Институт по математика и информатика – БАН<sup>2</sup>Технически колеж – Ловеч

**Резюме.** В статията се разглежда Задача 4 от Международната олимпиада по математика през 2014 г., за която е предложено обобщение.

*Keywords:* conic, tangent, barycentric coordinates, Feuerbach configuration

На Международната олимпиада по математика през юли 2014 г. в Кейптаун, Южна Африка, беше предложена следната задача.

Върху страната  $BC$  на остроъгълния триъгълник  $ABC$  са избрани точки  $P$  и  $Q$  така, че  $\sphericalangle PAB = \sphericalangle BSA$  и  $\sphericalangle CAQ = \sphericalangle ABC$ . Точките  $M$  и  $N$  съответно върху правите  $AP$  и  $AQ$  са такива, че  $P$  е среда на  $AM$  и  $Q$  е среда на  $AN$ . Да се докаже, че правите  $BM$  и  $CN$  се пресичат върху описаната около триъгълника  $ABC$  окръжност.

Нека  $\Gamma$  е описаната за  $\triangle ABC$  окръжност, а  $t_b$  и  $t_c$  са допирателните на  $\Gamma$  съответно във върховете  $B$  и  $C$ . От свойството на периферния ъгъл се вижда, че  $AP \parallel t_b$  и  $AQ \parallel t_c$ . Последното наблюдение ни довежда до идеята, че твърдението на задачата може да се обобщи със следната

**Теорема.** Нека  $\bar{k}(O)$  е конично сечение с център  $O$ , описано за  $\triangle ABC$ , а  $t_b$  и  $t_c$  са допирателните на  $\bar{k}(O)$  съответно в точките  $B$  и  $C$ . Точките  $P$  и  $Q$  от правата  $BC$  са такива, че  $AP \parallel t_b$  и  $AQ \parallel t_c$ . Ако точките  $M$  и  $N$  са симетричните образи на  $A$  съответно спрямо  $P$  и  $Q$ , то правите  $BM$  и  $CN$  се пресичат върху  $\bar{k}(O)$ .

Наблюденията с програмата “THE GEOMETER’S SKETCHPAD” (GSP) потвърждават хипотезата, формулирана в горната теорема. За да обосновем формулирания резултат, е необходимо да извършим строго доказателство. Такова доказателство ще получим с използването на барицентрични координати спрямо дадения  $\triangle ABC$ , като  $A(1,0,0)$ ,  $B(0,1,0)$  и  $C(0,0,1)$  (Паскалев & Чобанов, 1985). Преди да преминем към доказателството на теоремата, ще намерим уравнението на допирателната в произволна точка на дадено конично сечение в равнината на  $\triangle ABC$ .

**1. Уравнение на допирателна в точка от конично сечение.** В равнината на  $\Delta ABC$  разглеждаме кривата  $k$  с уравнение

$$k: a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{23}yz + 2a_{31}zx = 0$$

и права  $l$ , минаваща през точка  $M(x_M, y_M, z_M)$  ( $x_M + y_M + z_M = 1$ ) и колинеарна с вектора  $(\alpha, \beta, \gamma)$  ( $\alpha + \beta + \gamma = 0$ ). Ако лявата част на уравнението на  $k$  е означена с  $f(x, y, z)$  и  $f_x(x, y, z) = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z$ ,  $f_y(x, y, z) = a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z$ ,  $f_z(x, y, z) = a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z$ , където  $a_{21} = a_{12}$ ,  $a_{32} = a_{23}$  и  $a_{13} = a_{31}$ , след заместване на параметричните уравнения  $x = x_M + \alpha t$ ,  $y = y_M + \beta t$ ,  $z = z_M + \gamma t$  на правата  $l$  в уравнението на  $k$  за параметъра  $t$  получаваме

$$f(\alpha, \beta, \gamma)t^2 + 2[f_x(x_M, y_M, z_M)\alpha + f_y(x_M, y_M, z_M)\beta + f_z(x_M, y_M, z_M)\gamma]t + f(x_M, y_M, z_M) = 0.$$

Ако  $M$  е точка от  $k$  и  $l$  е тангента за  $k$ , то  $f(x_M, y_M, z_M) = 0$ . Тогава  $t = 0$  е корен на последното уравнение и за да е двоен корен на същото уравнение, трябва да е изпълнено равенството  $f_x(x_M, y_M, z_M)\alpha + f_y(x_M, y_M, z_M)\beta + f_z(x_M, y_M, z_M)\gamma = 0$ .

От  $\alpha + \beta + \gamma = 0$  и последното равенство получаваме  $\alpha = \frac{f_z - f_y}{f_y - f_x}\gamma$  и  $\beta = \frac{f_x - f_z}{f_y - f_x}\gamma$ .

Нека правата  $l$  има общо уравнение  $l: ux + vy + wz = 0$ . Лесно се вижда, че при  $\alpha = v - w$ ,  $\beta = w - u$  и  $\gamma = u - v$  от параметричните уравнения на  $l$  се получава общото уравнение. Затова можем да положим  $u = w - \beta$ ,  $v = w - \alpha$ . Тъй като  $ux_M + vy_M + wz_M = 0$ , то  $w = -y_M\alpha + x_M\beta$ . Оттук намираме  $u = -y_M\alpha - (1 - x_M)\beta$ ,  $v = (1 - y_M)\alpha + x_M\beta$ ,  $w = -y_M\alpha + x_M\beta$ . След заместване в последните равенства на получените по-горе изразявания за  $\alpha$  и  $\beta$  чрез  $\gamma$ , като вземем предвид, че  $x_M f_x(x_M, y_M, z_M) + y_M f_y(x_M, y_M, z_M) + z_M f_z(x_M, y_M, z_M) = 0$ , получаваме равенството  $f_x(x_M, y_M, z_M)x + f_x(x_M, y_M, z_M)y + f_x(x_M, y_M, z_M)z = 0$ . Сега от дефиницията на  $f_x(x_M, y_M, z_M)$ ,  $f_y(x_M, y_M, z_M)$  и  $f_z(x_M, y_M, z_M)$  получаваме, че уравнението на тангентата  $l$  през точката  $M$  на  $k$  има следното уравнение:

$$(1) l: (a_{11}x_M + a_{12}y_M + a_{13}z_M)x + (a_{21}x_M + a_{22}y_M + a_{23}z_M)y + (a_{31}x_M + a_{32}y_M + a_{33}z_M)z = 0.$$

**2. Доказателство на теоремата.** Описаната крива  $\bar{k}(O)$  принадлежи на Фойербахова конфигурация, в която центърът на една от вписаните в  $\Delta ABC$  криви е точката  $I(x_I, y_I, z_I)$  (Ненков, 2010). Тогава уравнението на  $\bar{k}(O)$  може да се представи във вида:

$$(2) \quad \bar{k}(O): x_I^2 yz + y_I^2 zx + z_I^2 xy = 0.$$

От (1) и (2), когато  $M$  съвпада с  $B$  и  $C$ , се получават уравненията съответно на допирателните  $t_b$  и  $t_c$  във вида:  $t_b : z_1^2 x + x_1^2 z = 0$ ,  $t_c : y_1^2 x + x_1^2 y = 0$ . Тъй като правата с уравнение  $ux + vy + wz = 0$  е колинеарна с вектора  $(v - w, w - u, u - v)$ , то векторите  $\vec{t}_b(-x_1^2, x_1^2 - z_1^2, z_1^2)$  и  $\vec{t}_c(x_1^2, -y_1^2, y_1^2 - x_1^2)$  са колинеарни съответно с допирателните  $t_b$  и  $t_c$ . Сега за параметричните уравнения на правите  $l_b \parallel t_b$  и  $l_c \parallel t_c$  намираме

$$l_b : x = 1 - x_1^2 p, y = (x_1^2 - z_1^2) p, z = z_1^2 p,$$

$$l_c : x = 1 + x_1^2 q, y = -y_1^2 q, z = (y_1^2 - x_1^2) q.$$

Оттук при  $x = 0$  се получават координатите на точките  $P$  и  $Q$  във вида:  $P\left(0, \frac{x_1^2 - z_1^2}{x_1^2}, \frac{z_1^2}{x_1^2}\right)$ ,  $Q\left(0, \frac{y_1^2}{x_1^2}, \frac{x_1^2 - y_1^2}{x_1^2}\right)$ . Сега за симетричните точки  $M$  и  $N$  на  $A$  спрямо  $P$  и  $Q$  получаваме  $M\left(-1, \frac{2(x_1^2 - z_1^2)}{x_1^2}, \frac{2z_1^2}{x_1^2}\right)$  и  $N\left(-1, \frac{2y_1^2}{x_1^2}, \frac{2(x_1^2 - y_1^2)}{x_1^2}\right)$ . От координатите на  $M$  и  $N$  намираме параметричните уравнения на правите  $BM$  и  $CN$  във вида:

$$BM : x = m, y = 1 + \frac{2z_1^2 - x_1^2}{x_1^2} m, z = -\frac{2z_1^2}{x_1^2} m,$$

$$CN : x = n, y = -\frac{2y_1^2}{x_1^2} n, z = 1 + \frac{2y_1^2 - x_1^2}{x_1^2} n.$$

С помощта на тези уравнения заключаваме, че пресечната точка  $T$  на правите  $BM$  и  $CN$  има следните координати

$$T\left(\frac{x_1^2}{x_1^2 - 2y_1^2 - 2z_1^2}, -\frac{2y_1^2}{x_1^2 - 2y_1^2 - 2z_1^2}, -\frac{2z_1^2}{x_1^2 - 2y_1^2 - 2z_1^2}\right).$$

Непосредственото заместване на тези координати в лявата част на (2) води до вярно твърдение. С това теоремата е доказана.

## ЛИТЕРАТУРА

- Гроздев, С. & Ненков, В. (2013). Един специален вид криви от втора степен, породени от точката на Нагел. *Математика плюс*, 21 (2), 44 – 53.
- Гроздев, С. & Ненков, В. (2014). Крива на Чева за точка от равнината на триъгълник. *Математика и информатика*, 57 (3), 285 – 298.
- Гроздев, С. & Ненков, В. (2009). Една крива от втора степен за две точки на Чева. *Математика и математическо образование*, 38, 245 – 248.

- Ненков, В. (2010). Няколко свойства на Фойербаховата конфигурация. *Математика и информатика*, 53 (5), 42 – 61.
- Ненков, В. (2008). Обобщение на теоремата на Фойербах. *Математика и информатика*, 51 (2), 35 – 42.
- Паскалев, Г. & Чобанов, И. (1985). *Забележителни точки в триъгълника*. София: Народна просвета.
- Хитов, Х. (1990). *Геометрия на триъгълника*. София: Народна просвета.

## REFERENCES

- Grozdev, S. & Nenkov, V. (2013). Edin specialen vid krivi ot vtora stepen, porodeni ot tochkata na Nagel, *Matematika Plus*, 21 (2), 44 – 53.
- Grozdev, S. & Nenkov, V. (2014). Kriva na Cheva za tochka ot ravninata na tri'g'lnik *Matematika i Informatika*, 57 (3), 285 – 298.
- Grozdev, S. & Nenkov, V. (2009). Edna kriva ot vtora stepen za dve tochki na Cheva. *Matematika i matematicheskoto obrazovanie*, 38, 245 – 248.
- Nenkov, V. (2010). Nyakolko svoystva na Feuerbahovata kongiguracia. *Matematika i Informatika*, 53 (5), 42 – 61.
- Nenkov, V. (2008). Obobshthenie na teoremata na Feuerbah. *Matematika i Informatika*, 51 (2), 35 – 42.
- Paskalev, G. & Chobanov, G. (1985). *Zabelezhitelni tochki v tri'g'lnika*. Sofia: Narodna prosveta.
- Hitov, H. (1990). *Geometriya na tri'g'lnika*. Sofia: Narodna prosveta.

## A CONCURRENCE, GENERATED BY TANGENTS

**Abstract.** The paper considers Problem 4 from the paper of the International Mathematical Olympiad in 2014 and proposes a generalization of it.

✉ **Prof. Sava Grozdev, DSc.**

Institute of Mathematics and Informatics – BAS  
Acad. G. Bonchev Street, bl. 8  
1113 Sofia, Bulgaria  
E-mail: sava.grozdev@gmail.com

✉ **Dr. Veselin Nenkov, Assoc. Prof.**

Technical College Lovech  
31, Sajko Saev Str.  
Lovech, Bulgaria  
E-mail: vnenkov@mail.bg